

Вопросы, выносимые на экзамен по дисциплине «Математический анализ».
1 курс, 2 семестр.

1. Неравенство Чебышева.
2. Неравенство Йенсена для сумм.
3. Неравенство Йенсена для интегралов.
4. Интегрируемость суперпозиций функции.
5. Неравенство Гельдера – для сумм
6. Неравенство Гельдера для интегралов.
7. Неравенство Минковского (для интегралов и сумм).
8. Формула Ньютона – Лейбница, замена переменной в определенном интеграле.
9. Формула Ньютона – Лейбница, интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Формула Валлиса.
11. Формула Тейлора с интегральным остаточным членом.
12. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования (определение, критерий Коши для сходимости).
13. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования (признак сравнения, абсолютная сходимость, сходимость интеграла от неотрицательных функций).
14. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования (признак Дирихле, примеры).
15. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Понятие главного значения несобственного интеграла.
16. Числовые ряды (определение ряда и его сходимость, ряд $\sum (x^n)$).
17. Числовые ряды (критерий Коши сходимости, гармонический ряд).
18. Числовые ряды (умножение ряда на число, сумма рядов, остаток ряда).
19. Числовые ряды (ряды с неотрицательными членами, критерий сходимости, теорема сравнения).
20. Ряды с неотрицательными членами.
21. Признак Даламбера сходимости ряда.
22. Признак Коши сходимости ряда.
23. Интегральный признак сходимости ряда.
24. Знакопередающиеся ряды, теорема Лейбница.
25. Начальные сведения об абсолютно сходящихся рядах.
26. Общие свойства равномерно сходящихся рядов и последовательностей.
27. Критерий Коши равномерной сходимости.
28. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
29. Теорема о почленном предельном переходе в рядах и последовательностях.
30. Почленное интегрирование рядов и последовательностей.
31. Дифференцирование функциональных рядов и последовательностей.
32. Степенные ряды (определение, теорема Абеля).
33. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
34. Характер сходимости степенного ряда.
35. Интегрирование степенного ряда. Примеры.
36. Дифференцирование степенного ряда.
37. Ряд Тейлора (определение, степенной ряд как ряд Тейлора, теорема единственности).
38. Пример бесконечно дифференцируемой функции, непредставимой своим рядом Тейлора. Достаточные условия разложимости функций в степенной ряд.
39. Разложение элементарной функции в ряд Тейлора (e^x , $\sin(x)$, $\cos(x)$).
40. Разложение элементарной функции в ряд Тейлора ($\ln(1+x)$ ссылка например, $(1+x)^a$, формула Стирлинга).
41. Метрические пространства (определение, свойство расстояния, сходимость последовательности).
42. Метрические пространства (открытые и замкнутые шары, связь с открытыми и замкнутыми множествами).
43. Открытые и замкнутые множества (определение, объединение, пересечение, замыкание).
44. Фундаментальные последовательности (определение, свойства).
45. Полные пространства. Теорема о вложенных шарах.
46. Определения сепарабельного и компактного пространства. Ограниченность компактного множества, полнота компактного пространства.
47. Теорема Хаусдорфа. Замечания, следствия.
48. Линейные пространства (определение, линейная оболочка, линейная независимость).
49. Нормированные пространства (определение, свойства нормы).
50. Баноховы пространства (определение, абсолютная сходимость ряда).

51. Скалярное произведение, его простейшие свойства (в том числе и неравенство Коши – Буняковского).
52. Унитарное пространство. Некоторые простые предложения, относящиеся к унитарным пространствам.
53. Гильбертово пространства (определение, ортогональность).
54. Основная теорема Гильбертова пространства, следствия.
55. Гильбертово пространство (ортогональные системы).
56. Ряды Фурье в Гильбертовом пространстве.
57. Непрерывные операторы и функционалы (определение).
58. Непрерывные операторы и функционалы (теорема Вейерштрасса).
59. Непрерывные операторы и функционалы (теорема Кантора).
60. Метод последовательных приближений.
61. Операторы сжатия. Теорема Банаха.
62. Пространство R^n (определение, характеристика сходимости).
63. Полнота пространства R^n .
64. Пространство R^n (теорема Больцано – Вейерштрасса, следствия).
65. Пространство R^n (кривые, понятие области, параллелепипеда).
66. Теорема Бореля – Лебега о покрытиях.
67. Пределы функции нескольких переменных (определение).
68. Непрерывные функции нескольких переменных (определение, арифметические действия).
69. Непрерывные функции нескольких переменных (непрерывность суперпозиции).
70. Непрерывные функции нескольких переменных (теоремы Вейерштрасса, Кантора о промежуточном значении).
71. Ряды в банаховом пространстве (определение, перестановка членов абсолютно сходящегося ряда).
72. Ряды в банаховом пространстве (умножение рядов).
73. Теорема Римана.
74. Преобразование Абеля
75. Суммирование рядов в смысле метода S.A средних арифметических (определение, связь между сходимостью и суммированием S.A).
76. Суммирование рядов методом Абеля.
77. Запаздывающие арифметические средние.
78. Теорема Харди.
79. Кратные ряды.
80. Длина кривой (определение).
81. Длина плоской кривой заданной параметрически.
82. Длина плоской кривой заданной явным уравнением, и в полярных координатах в трехмерном пространстве.
83. Площадь поверхности вращения.
84. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора.
85. Вычисление объема тела по площадям поперечного сечения. Объем тела вращения.
86. Функции ограниченной вариации (определение, примеры).
87. Функции ограниченной вариации (определение, пример непрерывной функции ограниченной вариации).
88. Функции ограниченной вариации (арифметические действия).
89. Аддитивность вариации ($Var(a,b) = Var(a,c) + Var(c,b)$).
90. Связь функции ограниченной вариации с возрастающей. Следствие.
91. Интеграл Стильтьеса (определение, простейшие свойства, пример).
92. Интеграл Стильтьеса (формула интегрирования по частям).
93. Достаточные условия существования интеграла Стильтьеса.
94. Вычисление интеграла Стильтьеса (сведение к интегралу Римана).
95. Вычисление интеграла Стильтьеса (случай когда $g(x)$ – кусочно-постоянная функция).
96. Полиномы Бернштейна (лемма).
97. Теорема Вейерштрасса.