

Вопросы, выносимые на экзамен по дисциплине «Математический анализ». 2 курс, 4 семестр.

1. Кольца и алгебры множеств.
2. Полукольца множеств.
3. Аддитивные функции множеств.
4. Мера. (определение, свойства).
5. Внешняя мера. Определение μ^* - измеримых множеств.
6. Свойства μ^* - измеримых множеств.
7. Стандартное распространение меры с полукольца на Σ -алгебру.
8. n -мерные параллелепипеды. Полукольцо ячеек.
9. Представление открытого множества с помощью ячеек.
10. Мера Лебега.
11. Измеримые функции. (определение, свойства)
12. Арифметические действия над измеримыми функциями.
13. Предельный переход в классе измеримых функций.
14. Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду.
15. Сходимость по мере. (определение, связь сходимости почти всюду со сходимостью по мере).
16. Теоремы Егорова, Лузина, Фреше.
17. Интеграл Лебега от ограниченной функции по множеству конечно меры. (Суммы Дарбу – Лебега, их свойства, определение интеграла).
18. Интеграл Лебега (определение, теорема об ограниченности непрерывно интегрируемой функции).
19. Свойства интеграла Лебега (теорема об оценке интеграла, теорема о счетной-аддитивности интеграла, следствие) Так же необходимо сформулировать аналогичные теоремы и следствия для общего случая, т.е. рассматривая множества, чья мера $= \infty$.
20. Интеграл Лебега, свойства интеграла Лебега.
21. Расширение понятия интеграл Лебега. Определение суммируемой функции.
22. Предельный переход в интеграле Лебега.
23. Периодические функции.
24. Теорема о коэффициентах равномерно сходящегося тригонометрического ряда.
25. Определение коэффициентов для ряда Фурье. Ряд Фурье для функций с периодом, отличающимся от 2π .
26. Интегральное представление для сумм Фурье.
27. Суммы Фейера. (определение, интегральное представление).
28. Теорема о расходимости сумм Фейера.
29. Пространство C_r . (определение, наилучшее приближение, теорема о существовании полинома наилучшего приближения).
30. Суммы Валле-Пуссена. (определение, интегральное представление).
31. Суммы Валле-Пуссена. Свойства сумм Валле-Пуссена.
32. Теорема об оценке отклонений. Следствия. Теорема Лебега. Теорема Валле-Пуссена.
33. Равномерная и абсолютная сходимость рядов Фурье.
34. Интегральное преобразование Фурье. Наводящие соображения, определения косинус- и синус-преобразований Фурье, их непрерывность.
35. Интегральное преобразование Фурье. Различные формы записи.

Литература для подготовки:

1. Вулих Б.З. Краткий курс теории функции вещественной переменной.
2. Жук В.В., Натансон Г.И. Тригонометрические ряды Фурье и элементы теории аппроксимации.