

Вопросы к экзамену по курсу «Дискретная математика».
2011-2012 учебный год.

1. Множества и подмножества. Булевы операции. Алгебраические законы с доказательствами.
2. Функция. Тожественная функция. Левая и правая декомпозиция. Лемма о композиции. Инъекция, сюръекция, биекция, характеристическая функция.
3. Обратные функции. Две теоремы об обратимости функции. Функции из S в S .
4. Бинарные отношения. График бинарного отношения. Бинарные отношения и функции. Характеристическая функция графика бинарного отношения. Матрица отношения. Булевы операции (с доказательствами).
5. Алгебра отношений. Бинарные отношения на S .
6. Частичное упорядочение. Принцип двойственности. Лемма о наибольших и наименьших элементах. Доминирование. Теорема о доминировании.
7. Доминирование. Теорема о доминировании (формулировка). Минимальный и максимальный элемент. Теорема о нумерации элементов конечного частично упорядоченного множества. Верхняя и нижняя границы. Лемма о границах.
8. Разбиение и отношение эквивалентности. Теорема о классах эквивалентности. Классы эквивалентности. Факторизация множества.
9. Графы. Ориентированные и неориентированные графы. Вершины, ребра, петли. Способы задания графа. Порядок и размер графа. Смежность, инцидентность. Степень вершины. Изолированная вершина, связный граф. Двудольный граф, цепь, цикл, простая цепь. Простой цикл. Полный граф. Изоморфизм.
10. Произведение, сумма, композиция графов. Три теоремы о петлях. Общий вид записи операций произведения, суммы и композиции.
11. Операции над графами в терминах бинарных отношений. Три теоремы о связи бинарных отношений и операций над графами.
12. Представление графов. Представление графа $\Omega = G \circ H$. Теорема о представлении произведения графов. Теорема о представлении суммы графов.
13. Представление графа $\Omega = G \circ H$. Теорема о представлении композиции графов. Общий вид записи операций произведения, суммы и композиции. Теорема о представлении графа $V = G \# H$.
14. Раскраска графа. Хроматическое число. m -раскрашиваемый, m -хроматический граф. Критические и реберно-критические графы. Теорема о хроматическом числе композиции графов.
15. Теорема о хроматическом числе произведения графов. Теорема о хроматическом числе суммы графов.
16. Фактор степени вершины. Преобразования раскраски. m -приведенная раскраска. Теорема о раскраске критического графа.
17. Функции алгебры логики. Существенные и фиктивные переменные. Равные функции. Элементарные функции и их свойства. Суперпозиция функций.
18. Эквивалентность. Общий вид записи конъюнкции, дизъюнкции и сложения по $\text{mod } 2$, свойства. Правило поглощения. Двойственная функция. Теорема о двойственной функции. Принцип двойственности.
19. Элементарная конъюнкция. Дизъюнктивно-нормальная форма. Совершенно дизъюнктивно-нормальная форма. Теорема о разложении. Теорема о представлении функции алгебры логики. Элементарная дизъюнкция. Конъюнктивно-нормальная форма. Совершенно конъюнктивно-нормальная форма.
20. Полнота. Теорема о полноте. Примеры полных систем. Теорема Жегалкина.
21. Замыкание множества. Замкнутое множество. Важнейшие замкнутые классы. Лемма о несамодвойственной функции.
22. Предшествующие наборы. Монотонная функция. Замкнутость класса монотонных функций. Соседние наборы. Лемма о немонотонной функции. Замкнутость класса линейных функций. Теорема о нелинейной функции.
23. Полнота. Теорема о функциональной полноте. Следствия.
24. Конечные автоматы. Принцип работы. Покрытие автоматов. Эквивалентность автоматов. Морфизм, эпиморфизм, изоморфизм. Лемма об эпиморфных автоматах.
25. Эквивалентные состояния. Две теоремы об неэквивалентных состояниях.
26. Не полностью определенные автоматы. Допустимая входная последовательность. Покрывающие автоматы. Совместимость выходных строк. Совместимость по выходу. Совместимые состояния. Совместимые классы. Согласованное множество совместимых классов. Замкнутое множество совместимых классов. Теорема о покрывающих автоматах.
27. Алгоритм, его формальные признаки, виды алгоритмов, эффективность алгоритмов. Машина Тьюринга (МТ), ее устройство. Детерминированная МТ.
28. Полнота по Тьюрингу, тест Тьюринга, универсальная МТ, вероятностная МТ, вычислимая функция. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Проблема зависания.
29. Трудоемкость алгоритмов. Лучший, средний и худший случай при решении различных задач размерности N . Классификация алгоритмов по виду функции трудоемкости.
30. Элементарные операции, трудоемкость «следования», «цикла». Сложность алгоритма. Асимптотический анализ функций.
31. Функциональный теоретический нижний предел трудоемкости в худшем случае. Сложностные классы задач (класс P , класс NP , класс NPC).