

Оглавление

Параграф 1. Элементы комбинаторики.	5
1. Размещения, перестановки, сочетания.	6
2. Бином Ньютона.	7
Параграф 2. Некоторые обобщения школьных знаний.	9
1. Отношение эквивалентности.	9
2. Свойства сложения и умножения чисел.	9
3. Определения и примеры алгебраических структур.	11
4. Классы чисел по модулю два, три, четыре и действия с ними.	15
Параграф 3. Матрицы и действия с ними.	21
1. Определения и обозначения матриц.	21
2. Умножение матриц.	23
3. Сложение матриц и умножение матриц на числа.	26
4. Свойства умножения матриц.	28
5. Транспонирование матриц.	29
6. Квадратные матрицы.	30
Параграф 4. Системы двух и трех линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными соответственно.	32
1. Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Определитель матрицы второго порядка.	32
2. Системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Определитель третьего порядка.	35
Параграф 5. Определитель n-го порядка и его свойства	38
1. Определитель n -го порядка и его свойства.	38
1.1. Свойства перестановок.	38
1.2. Подстановки и их свойства.	40
Параграф 6. Свойства определителя n-го порядка	47
Параграф 7. Вычисление определителей.	56
1. Определитель треугольной матрицы.	56
2. Определитель Вандермонда.	56
3. Система n уравнений с n неизвестными с ненулевым определителем матрицы коэффициентов.	57
4. Некоторые следствия из теоремы Крамера.	59

Параграф 8. Линейная зависимость и линейная независимость строк (столбцов)	60
1. Определения и простейшие свойства.....	61
2. Линейные зависимости столбцов матрицы с линейно зависимыми строками.....	62
3. Теорема о линейной зависимости линейных комбинаций.....	63
4. Базис и ранг совокупности строк.....	64
5. Линейно эквивалентные совокупности строк.....	64
6. Ранг матрицы.....	65
7. Условие линейной зависимости и независимости множества строк (столбцов) квадратной матрицы.....	65
8. Ранг матрицы в терминах определителей.....	67
9. Определение ранга матрицы при помощи элементарных преобразований.....	67
Параграф 9. Системы линейных уравнений общего вида	69
1. Однородные системы.....	69
2. Строение множества решений системы линейных однородных уравнений.....	69
3. Неоднородные линейные системы.....	70
4. Строение множества решений неоднородной системы.....	70
5. Метод Гаусса.....	71
Параграф 10. Дальнейшие свойства определителя	73
1. Теорема Лапласа.....	73
2. Умножение матриц разбитых на клетки.....	77
3. Умножение матрицы на вспомогательную матрицу как линейное преобразование строк (столбцов).....	78
4. Теорема Бине—Коши. Неравенство Коши.....	80
Параграф 11. Обращение квадратных матриц	85
1. Условие существования обратной матрицы.....	85
2. Некоторые свойства обратной матрицы.....	86
3. Решение линейных систем с невырожденной матрицей в терминах обратной матрицы.....	86
4. Обращение ступенчатой матрицы.....	87
5. Вычисление определителя матрицы разбитой на четыре блока и обращение такой матрицы.....	87
Параграф 12. Комплексные числа. Обоснование и интерпретация	89
1. Обоснование комплексных чисел.....	89

2. Вычитание и деление комплексных чисел.	93
3. Геометрическая интерпретация комплексных чисел в декартовых координатах.	
94	
4. Геометрическая интерпретация комплексных чисел в полярных координатах.	
Модуль и аргумент комплексного числа.	95
Параграф 13. Комплексные числа, их тригонометрическая форма записи и умножение комплексных чисел	98
1. Тригонометрическая запись комплексного числа.	98
2. Неравенства для модуля суммы и модуля разности двух комплексных чисел.	98
3. Умножение комплексных чисел в тригонометрической записи.	100
4. Возведение комплексного числа в степень с целым показателем и формула Муавра.	101
5. Применение формулы Муавра к преобразованиям тригонометрических выражений.	101
Параграф 14. Извлечение корня из комплексных чисел.	104
1. Вывод формулы извлечения корня.	104
2. Исследование формулы извлечения корня.	104
3. Формула для корней из единицы.	105
4. Геометрическое изображение корней из единицы.	106
5. Первообразные корни n -й степени из 1.	106
6. Свойства корней из 1.	107
Параграф 15. Показательная и логарифмическая функция комплексной переменной.	108
1. Показательная функция с натуральным основанием.	108
2. Формулы Эйлера.	108
3. Натуральный логарифм комплексного числа.	108
4. Показательная функция с произвольным основанием.	108
Параграф 16. Кватернионы	109
Алгебра кватернионов.	109
Трехмерное подпространство \bar{H} четырехмерного пространства H	112
Преобразование векторной части кватерниона и геометрическая интерпретация этого преобразования.	115
Параграф 17. Квадратичные формы. Преобразование квадратичной формы к каноническому виду линейной подстановкой букв.	118

1. Определение и матричная запись квадратичной формы.....	118
2. Линейное преобразование переменных в квадратичной форме.....	120
3. Преобразование квадратичной формы к каноническому виду.....	120
4. Ранг квадратичной формы.....	124
5. Преобразование квадратичной формы к каноническому виду посредством уни- треугольного преобразования переменных.....	125
Параграф 18. Закон инерции квадратичных форм.....	128
1. Положительно определенные квадратичные формы.....	128
2. Критерий Сильвестра положительности квадратичной формы.....	129
3. Закон инерции квадратичных форм.....	130
Параграф 19. Эрмитовы формы.....	132
1. Определение эрмитовой формы.....	132
2. Свойства эрмитовых форм.....	132
Параграф 20. Ортогональные и унитарные матрицы.....	134