

Оглавление

РАЗДЕЛ 1.....	7
Глава 1. Начала теории целых чисел.....	7
Параграф 1. Бином Ньютона.....	7
Параграф 2. Наибольший общий делитель.....	9
2.1 Алгоритм Евклида.....	9
Параграф 3. Делимость чисел.....	14
3.1 Взаимно простые числа.....	14
3.2 Простые числа.....	15
3.3 Каноническое разложение числа.....	17
3.4 Признаки делимости.....	20
3.5 Факторизация.....	22
Параграф 4. Функция Эйлера.....	24
Параграф 5. Сравнения.....	26
5.1 Основные понятия.....	27
5.2 Классы вычетов.....	31
5.3 Теоремы Ферма и Эйлера.....	33
Параграф 6. Решение сравнений с одним неизвестным.....	39
6.1 Линейные сравнения.....	40
Глава 2. Комплексные числа.....	45
Параграф 1. Определение.....	45
Параграф 2. Тригонометрическая форма комплексного числа.....	45
2.1 Неравенства для модуля.....	45
2.2 Формула Муавра.....	46
2.3 Упрощение тригонометрических выражений.....	46
Параграф 3. Извлечение корня из комплексного числа.....	46
3.1 Квадратный корень.....	47
3.2 Общий случай.....	48
3.3 Корни из единицы.....	51
Глава 3. Полиномы и рациональные функции.....	53
Параграф 2. Формулы Виета.....	53
Параграф 3. Основная теорема высшей алгебры.....	54
3.1 Вводные замечания.....	54

3.2 Доказательство основной теоремы.....	55
3.3 Поиск комплексного корня.....	58
3.4 Дальнейшие свойства системы (1.4).....	59
Параграф 4. Делимость полиномов.....	65
4.1 Наибольший общий делитель.....	67
4.2 Взаимно простые полиномы.....	69
Параграф 5. Формула Тейлора.....	75
Параграф 6. Выделение кратных корней.....	76
6.1 Установление кратности корня.....	76
6.2 Решение уравнений, имеющих кратные корни.....	78
Параграф 7. Корни полинома с вещественными коэффициентами.....	82
7.1 Приводимость.....	82
7.2 Границы расположения корней.....	84
7.3 Геометрия корней.....	85
7.4 Правило знаков Декарта.....	89
Параграф 8. Приводимость полиномов в \mathbb{Q}	92
Параграф 9. Численные методы нахождения корней полинома.....	96
9.1 Метод Руффини-Хорнера.....	96
9.2 Метод Лагранжа (непрерывных дробей).....	98
9.3 Метод Ньютона (касательных).....	100
Глава 4. Системы линейных уравнений. Матрицы и определители.....	107
Параграф 1. Решение системы линейных уравнений: метод Гаусса.....	108
1.1 Определения.....	107
1.2 Метод Гаусса.....	109
Параграф 2. Матрицы: основные определения.....	116
Параграф 3. Определение определителя.....	117
3.1 Определитель второго и третьего порядка.....	117
3.2 Определитель n-го порядка.....	117
3.3 Свойства перестановок.....	119
Параграф 4. Элементарные свойства определителя.....	124
Параграф 5. Миноры и алгебраические дополнения.....	128
Параграф 6. Формулы Крамера.....	129
Параграф 7. Теорема Лапласа.....	131
Параграф 8. Теорема Бине—Коши.....	133

Параграф 9. Определители специального вида.....	135
9.1 Определитель Вандермонда.....	135
9.2 Ганкелев определитель.....	136
9.3 Ленточный определитель.....	138
9.4 Характеристический полином.....	141
Параграф 10. Обратная матрица.....	142
Параграф 11. Ранг.....	143
11.1 Ранг системы рядов.....	143
11.2 Ранг матрицы.....	148
Параграф 12. Условия совместности линейной системы.....	155
12.1 Теорема Кронекера-Капелли.....	155
12.2 Система однородных уравнений.....	159
Глава 5. Интерполяция.....	162
Параграф 1. Интерполяционный полином.....	162
1.1 Постановка задачи.....	162
1.2 Интерполяционный полином в форме Лагранжа.....	163
1.3 Интерполяционный полином в форме Ньютона.....	165
Параграф 2. Приближенная интерполяция.....	166
2.1 Метод наименьших квадратов.....	166
2.2 Псевдорешения линейной системы.....	171
Глава 7. Квадратичные формы.....	175
Параграф 1. Приведение квадратичной формы к каноническому виду по методу Лагранжа.....	175
1.1 Определение.....	175
1.2 Канонический вид.....	176
Параграф 2. Формула Якоби.....	177
2.1 Метод Лагранжа и метод Гаусса.....	177
2.2 Матричный формализм метода Гаусса.....	180
2.3 Формула Якоби.....	183
Параграф 3. Закон инерции.....	184
3.1 Ранг квадратичной формы.....	184
3.2 Закон инерции.....	184
3.3 Конгруэнтность кв. форм.....	186
Параграф 4. Положительная определенность.....	188

Глава 8. Локализация корней полинома.	192
Параграф 1. Теорема Штурма.	194
1.1 Система полиномов Штурма.	194
1.2 Построение системы полиномов Штурма с помощью алгоритма Евклида.	196
1.3 Условия вещественности всех корней полинома.	199
Параграф 2. Ганкелевы матрицы в задаче локализации корней.	200
2.1 Формулы Ньютона.	201
2.2 Теорема Якоби.	202
2.3 Отделение корней.	205
Глава 9. Некоторые алгебраические структуры.	207
Параграф 1. Группа.	207
1.1 Бинарная операция.	207
1.2 Определение группы.	208
1.3 Примеры групп.	209
1.4 Образующие элементы группы.	212
1.5 Подгруппа.	214
1.6 Изоморфизм групп.	216
Параграф 2. Кольцо, поле, алгебра.	217
РАЗДЕЛ 2. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ОТОБРАЖЕНИЯ.	220
Глава 1. Линейные пространства и многообразия.	220
Параграф 1. Основные определения.	220
Параграф 2. Линейная зависимость, базис.	221
Параграф 3. Сумма и пересечение линейных подпространств.	222
Параграф 4. Прямая сумма линейных подпространств.	224
Параграф 5. Относительная линейная независимость. Факторпространство.	226
Параграф 6. Преобразование координат при замене базиса.	228
Глава 3. Линейные отображения.	232
Параграф 1. Пространство линейных отображений.	232
1.1 Линейное отображение.	232
1.2 Свойства линейных отображений.	233
Параграф 2. Ядро и образ линейного отображения.	236
Параграф 3. Матрица линейного отображения.	239
3.1 Определение.	239

3.2 Канонический вид матрицы линейного отображения.....	241
Параграф 4. Линейный оператор.....	242
4.1 Основные свойства.....	242
4.2 Матрица оператора.....	245
Параграф 5. Инвариантные подпространства оператора.....	248
5.1 Инвариантное подпространство.....	248
5.2 Собственные числа и собственные векторы.....	250
5.3 Диагонализуемость матрицы оператора.....	253
Параграф 6. Структура и свойства хар. полинома.....	256
6.1 Каноническое представление хар. полинома.....	256
6.2 Теорема Гамильтона—Кэли.....	259
6.3 Диагонализуемость матрицы над \mathbb{R}	263
Параграф 7. Диагонализуемость симметричной матрицы над \mathbb{R}	266
7.1 Свойства собств. чисел и собств. векторов.....	266
7.2 Диагонализуемость.....	267
7.3 Локализация собств. чисел.....	271
7.4 Экстремальное свойство собств. чисел.....	273
Параграф 8. Жорданова нормальная форма в \mathbb{C}	275
8.1 Общая схема.....	275
8.2 Аннулирующий полином.....	276
8.3 Корневые векторы.....	278
8.4 Циклическое подпространство.....	280
Глава 4. Применения жордановой нормальной формы.....	287
Параграф 1. Матричный полином.....	287
1.1 Структура степенной функции от матрицы.....	287
1.2 Вычисление матричного полинома.....	289
Параграф 2. Линейное разностное уравнение.....	291
2.1 Аналитика.....	291
2.2 Асимптотика.....	295
Параграф 3. Применение ж. н. ф. в теории вероятностей.....	298
3.0 Некоторые вспомогательные результаты.....	298
3.1 Задача о разорении игрока.....	300
3.2 Цепи Маркова.....	302
Параграф 4. Матричный степенной ряд.....	309

4.1 Норма матрицы. Матричный ряд.....	309
4.2 Матричный степенной ряд.....	310
4.3 Дифференцирование матрицы.....	315
4.4 Экспоненциал матрицы.....	316
4.5 Другие специальные функции матрицы.....	320